الدرس 4 العدد البياني وقاعدة التصرف فيه

أهداف الدرس

1- أن أتعرف العدد البياني.
2- أن أدرك كيفية مراعاته ووظيفته.
3- أن أتدرب على قاعدة التصرف فيه.

تمهيد

يشكل العدد البياني المحور الأساس في حساب اللوغاريتم، لما يطرأ عليه من تحولات، وذلك بالنظر إلى كونه موجبا أو سالبا، لاختلاف الأعمال الحسابية فيه على كلا الوصفين. فما المقصود بالعدد البياني؟ وما وظيفته؟ وكيف تتم مراعاته؟ وما هي قاعدة التصرف فيه؟

المتن

قال العلامة مَحمد العلمي -رحمه الله-:

وَرَاعِ مَا يَدْعُونَهُ البَيَانِي *** فِي الجُزْءِ الأَوَّلِ كَذَا فِي الثَّانِي
وَهْوَ عَلَى بُعْدِ يَسَارِ الْعَدَدِ *** عَنْ رُتْبَةِ الآحَادِ دَلَّ فَاهْتَدِ
فِي جِهَةِ الرَّفْعِ وَيُدْعَى مُوجَبَا *** أَوْ جَانِبِ الحَطِّ وَ يُسْمَى السَّالِبَا
وَارْسُمْ تَمَامَهُ لَدَى التَّصَرُّفِ *** فِي الثَّانِي إِنْ لِسَالِبٍ حَوَى تَفِي

الفهم

الشرح:

دل: بين بعد العدد عن الآحاد من جهة الرفع أو الحط.

ارسم تمامه: حول العدد البياني السالب إلى موجب بأخذ تمامه إلى عشرة.

استخلاص المضامين:

1- أستخرج من النظم مفهوم العدد البياني.

2- أحدد قاعدة التصرف في العدد البياني.

التحليل

يشتمل هذا الدرس على ما يأتي:

أولا: العدد البياني

1- تعريف العدد البياني:

العدد البياني هو العدد الموضوع عن يسار الأنساب اللوغاريتمية في الجزء الأول العددي، وفي الجزء الثاني القوسي؛ لقول الناظم –رحمه الله– «**وهو على بعد يسار العدد**».

2- أسماء العدد البياني:

لما كانت خاصية العدد البياني هي دلالته على بعد مرتبة العدد صحيحا أو كسرا عن مرتبة الآحاد، تنوعت أسماؤه على الشكل التالي:

الاسم	سبب التسمية
البياني	لكونه يبين لنا مقدار البعد عن مرتبة الآحاد
المميز	لكونه يميز لنا مقدار البعد عن مرتبة الآحاد
الدليل	لكونه يدل على مقدار البعد عن مرتبة الآحاد

3- مراعاة العدد البياني ووظيفته:

أ- مراعاة العدد البياني:

مراعاة العدد البياني أساسية في حساب اللوغاريتمات، لذلك أمر الناظم - رحمه الله - بمراعاته فقال:

وَرَاعِ مَـا يـدْعُـونَـهُ البَيَـانِـي * فِي الجُزْءِ الأَوَّلِ كَـذَا فِي الثَّانِي**

ومراعاة العدد البياني تعني اعتباره، وذلك بمعرفة هل هو موجب أو سالب، وكيفية جريان أعمال الجمع والطرح فيه، وما يدل عليه من بعد مرتبة العدد الموضوع عن يسار اللوغاريتم عن رتبة الآحاد رفعا في مراتب الصحيح، ويسمى حينئذ موجبا، كما قال الناظم- رحمه الله- «**في جهة الرفع ويدعى موجبا**»، وحطا في مراتب الكسور الأعشارية، ويسمى حينئذ سالبا، وهو معنى قول الناظم- رحمه الله- «**أو جانب الحط ويسمى السالبا**».

وحيث كان لوغاريتم الواحد هو الصفر لزم أن كل ما دون الواحد وهو المعبر عنه بالكسر يكون لوغاريتمه أقل من الصفر، ويسمى حينئذ سالبا، كما يسمى لوغاريتم ما فوق الواحد موجبا، فالواحد إذاً واقع بين المقادير ذات اللوغاريتمات الموجبة والمقادير ذات اللوغاريتمات السالبة. ولما كان الكسر عبارة عن خارج قسمة القليل المعبر عنه بالبسط على الكثير المعبر عنه بالمقام وبسط الكسر الأعشاري نفسه بعد اعتباره عددا صحيحا بقطع النظر عن الفاصلة والأصفار، ومقامه واحد مسبوق بعدة أصفار بقدر ما يلي الفاصلة من الأرقام، وكان الخارج من القسمة يحصل بطرح لوغاريتم المقسوم عليه من لوغاريتم المقسوم، فلوغاريتم الكسر حينئذ يحصل بطرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط، ولا شك أن المطروح أكثر من المطروح منه، فيلزم طرح الكثير من القليل، وهو متعذر، طرحوا الجزء الكسري للوغاريتم المقام من الجزء الكسري للوغاريتم البسط، وعكسوا الطرح في العددين البيانيين يعني الجزءين الصحيحين، فكان الجزء الكسري موجبا، والبياني وحده سالبا، ورمزوا له بوضع علامة السلب فوقه وهي(-). وللمزيد من التوضيح نورد الجدولين التاليين:

- إذا كان العدد صحيحا فوق الآحاد، كان بياني نسبته موجبا:

العدد	من	إلى	العدد البياني	مثاله	
				العدد	نسبته
إذا كان العدد آحادا	1	9	كان بياني نسبته صفرا (0)	3	0,47712
إذا كان العدد عشرات	10	99	كان بياني نسبته واحدا (1)	30	1,47712
إذا كان العدد مئات	100	999	كان بياني نسبته اثنين (2)	300	2,47712
إذا كان العدد آلافا	1000	9999	كان بياني نسبته ثلاثة (3)	3000	3,47712

- إذا كان العدد كسرا أقل من واحد، كان بياني نسبته سالبا:

العدد	بياني نسبته	مثاله	
		العدد	نسبته
0,1	كان بياني نسبته $\bar{1}$	0,34	$\bar{1}$,53148
0,01	كان بياني نسبته $\bar{2}$	0,09	$\bar{2}$,95424
0,001	كان بياني نسبته $\bar{3}$	0,0095	$\bar{3}$,97772
0,0001	كان بياني نسبته $\bar{4}$	0,0008	$\bar{4}$,90309

وهذه الخاصية التي هي دلالة العدد البياني على بعد مرتبة العدد صحيحا أو كسرا عن مرتبة الآحاد خاصة بالجزء الأول.

أما الجزء الثاني فإنهم بعد أن استعملوا الجيوب وجيوب التمام لسائر الأقواس من ثانية أو دقيقة إلى تسعين درجة بعد فرض نصف القطر واحدا، استخرجوا منها الظل وظل التمام بواسطة هاتين المتناسبتين وهما: نسبة جيب التمام إلى نصف القطر وهو واحد لنسبة الجيب إلى الظل. ونسبة الجيب إلى نصف القطر كنسبة جيب التمام إلى ظل التمام، وبعد تكوين المقادير الطبيعية لتلك الخطوط الأربعة المساحية وهي الجيب وجيب التمام والظل وظل التمام، استخرجوا لوغاريتمات الجيوب الطبيعية بما استخرجت به لوغاريتمات الأعداد التي تضمنها الجزء الأول، وجعل لكل واحد منها دليل سلبي بقدر بعد يسار جيبه الطبيعي عن رتبة الآحاد، وبعد إيجاد لوغاريتمات الجيوب سهل إيجاد لوغاريتمات الظلال بواسطة المتناسبتين السابقتين، ولما كانت الجيوب كلها

أقل من نصف القطر، كانت دلائلها سلبية، وحيث كان بعض الظلال أقل من نصف القطر الذي هو القامة وبعضها أكثر، كان بعض دلائلها سلبيا والبعض الآخر إيجابيا.

ونظرا لكون العمل بالبياني السالب شاقا في الجزء الثاني، فقد عمدوا إلى تسهيل ذلك بجعل الدلائل كلها موجبة، ففرضوا نصف القطر مساويا لعشرة بلايين؛ أي واحد مسبوق بعشرة أصفار (10000000000)؛ إذ بهذا الفرض سار لوغاريتم نصف القطر عشرة، بعد أن كان صفرا، فإذا أريد نقل اللوغاريتمات المحسوبة بفرض نصف القطر واحدا إلى الفرض الثاني، فإنه يضم إلى كل دليل عشرة، وذلك بزيادتها عليه إن كان موجبا، وأخذ الفضل بينهما إن كان سالبا كما هي القاعدة في جمع موجب وسالب، فعوضا عن واحد موجب يوضع أحد عشر، وعن واحد سالب يوضع تسعة وهكذا... وعن هذا عبر الناظم-رحمه الله-:

وَارْسُـمْ تَمَامَهُ لَدَى التَّصَرُّفِ * فِي الثَّانِي إِنْ لِسَالِبٍ حَوَى تَفِي**

أي ارسم تمام العدد السالب إلى عشرة، فإذا كان العدد البياني في الجزء الثاني سالبا، فإنه يحول إلى موجب بأخذ تمامه إلى عشرة، كما إذا كان واحدا سالبا- مثلا- فموجبه تسعة.

ثانيا: قاعدة التصرف في العدد البياني

1- في حالة الضرب:

أ- القاعدة:

الضرب يتحول إلى جمع النسب، فإذا أريد جمع السالب مع الموجب انعكس الجمع طرحا، فيطرح أحدهما من الآخر، فإن انعدم الفضل كان البياني صفرا، وإن وجد الفضل كان هو العدد البياني. ويلاحظ في وصفه بالإيجاب أو السلب جهة الفضل.

ب- أمثلة تطبيقية:

نريد ضرب 2195 في 0,031 و0,0031 في 295 بحساب اللوغاريتم.

نسبة العدد 2195 = 3,34143	نسبة العدد 0,0031 = $\bar{3}$,49136
+	+
نسبة العدد 0,031 = $\bar{2}$,49136	نسبة العدد 295 = 2,46982
نسبة العدد 68,045 = 1,83279	نسبة العدد 0,9145 = $\bar{1}$,96118

2- في حالة القسمة:

أ- القاعدة:

القسمة تتحول إلى طرح، والقسمة لها حالتان:

1 - اتحاد المطروح والمطروح منه في السلب والإيجاب، حيث يكون المطروح أكثر من المطروح منه، والعمل هو أن يعكس الطرح، ويكون الباقي مخالفا في النوع للعددين.

2 - تخالف المطروح والمطروح منه: والعمل هو أن يتحول الطرح جمعا، ويكون المجموع سالبا إن كان المطروح منه سالبا. وإلا فموجب تساويا أو زاد أحدهما على الآخر.

ب- أمثلة تطبيقية:

- اتحاد المطروح والمطروح منه في السلب والإيجاب، والمطروح أكثر من المطروح منه:

اتحاد المطروح والمطروح منه في السلب			اتحاد المطروح والمطروح منه في الإيجاب		
نسبة العدد 0,1329	=	$\bar{1}$,12352	نسبة العدد 676	=	2,82995
-			-		
نسبة العدد 0,0000048	=	$\bar{6}$,68124	نسبة العدد 3380	=	3,52892
نسبة العدد 27687	=	4,44228	نسبة العدد 0,2	=	$\bar{1}$,30103

- تخالف المطروح والمطروح منه:

نسبة العدد 0,6	=	$\bar{1}$,77815	نسبة العدد 0,06	=	$\bar{2}$,77815
-			-		
نسبة العدد 30	=	$\bar{1}$,47712	نسبة العدد 30	=	$\bar{1}$,47712
نسبة العدد 0,02	=	$\bar{2}$,30103	نسبة العدد 0,002	=	$\bar{3}$,30103

3- في حالة التجذير:

أ- القاعدة:

التجذير يتحول إلى تنصيف أي قسمة نسبة العدد على اثنين، فإذا كان العدد البياني سالبا فردا يزاد عليه واحد، وقبله عشرة ويجرى العمل.

ب- مثال تطبيقي:

نريد جذر جيب القوس $45°30'$:

مراحل الإنجاز	التطبيق العملي
نستخرج من الجزء الثاني نسبتها الجيبية وهي: $\bar{1},85324$.	$\bar{2},85324$ | 2 2 | $\bar{1},92662$ 0 18 18 005 4 13 12 12 004 4 0
العدد البياني سالب وغير قابل للقسمة على 2 فنزيد عليه 1 فيصبح: $\bar{2},85324$.	
نزيد عشرة على 8 ثم نقسم على 2 فيكون الحاصل هو: $\bar{1},92662$ ندخل به في الجزء الأول فنجد الجذر المطلوب، وهو 0,8445	

وفيما يلي جدول يلخص كيفية التصرف في العدد البياني:

العمل			الأحوال		أمثلة
الضرب = الجمع	الجمع		الموجب مع الموجب		$5 = 2 + 3$
			السالب مع السالب		$\bar{5} = \bar{2} + \bar{3}$
		الموجب مع السالب (يتقلب الجمع طرح)	التساوي		$(0 = \bar{3} - 3) = \bar{3} + 3$
			المطروح أقل		$(1 = \bar{2} - 3) = \bar{2} + 3$
					$(\bar{1} = 2 - \bar{3}) = 2 + \bar{3}$
			المطروح أكثر		$(\bar{1} = 2 - \bar{3}) = (\bar{3} - 2) = \bar{3} + 2$
					$(1 = \bar{2} - 3) = (3 - \bar{2}) = 3 + \bar{2}$
القسمة = الطرح	الطرح	التساوي	لا يبقى شيء		$0 = 3 - 3$
					$0 = \bar{3} - \bar{3}$
		المطروح أقل	تبقى بقية		$1 = 2 - 3$
					$\bar{1} = \bar{2} - \bar{3}$
		المطروح أكثر	ينعكس الطرح والباقي يخالف العددين		$(\bar{1} = 2 - 3) = 3 - 2$
					$(1 = \bar{2} - \bar{3}) = \bar{3} - \bar{2}$
		التخالف (يتقلب الطرح جمعا والناتج يتبع المطروح منه)	المطروح منه موجب	التساوي	$(6 = \bar{3} + 3) = \bar{3} - 3$
				المطروح منه أكثر	$(5 = \bar{2} + 3) = \bar{2} - 3$
				المطروح أكثر	$(5 = \bar{3} + 2) = \bar{3} - 2$
			المطروح منه سالب	التساوي	$(\bar{6} = 3 + \bar{3}) = 3 - \bar{3}$
				المطروح منه أكثر	$(\bar{5} = 2 + \bar{3}) = 2 - \bar{3}$
				المطروح أكثر	$(\bar{5} = 3 + \bar{2}) = 3 - \bar{2}$
التجذير = التصنيف	التنصيف		الموجب	زوج	$1 = 2 \div 2$
				فرد	$0 = 2 \div 1$
			السالب	زوج	$\bar{1} = 2 \div \bar{2}$
				فرد	$(\bar{1} = 2 \div \bar{2}) = 2 \div \bar{1}$ يزاد عليه 1 وقبله عشرة

[دروس في التوقيت للمؤقت إدريس العلمي ص: 17 بتصرف]

التقويم

1- أوضح معنى العدد البياني.

2- أحدد دوره وطريقة مراعاته.

3- أنقل الجدول إلى دفتري ثم أضيف إلى كل نسبة عدد بيانيها:

العدد	نسبته
171	...,23300
2195	...,34143
0,34	...,53148
0,00657	...,81757

الاستثمار

أنقل الجدول الآتي إلى دفتري، ثم أنجز العمليات الحسابية الواردة فيه، وأبين كيف أتصرف في العدد البياني:

العملية	إنجازها	كيف أتصرف في العدد البياني؟
أجمع $3,49136\overline{3}$ مع 2,46982		
أطرح 1,07918 من $1,55315\overline{1}$		
أقسم $1,48896\overline{1}$ على 2		

الإعداد القبلي

أحفظ متن الدرس القادم، وأبحث عن الآتي:

1- تعريف الجيب المبسوط والمنكوس.

2- قاعدة معرفة الجيب المبسوط والمنكوس من القوس.

3- قاعدة استخراج القوس من الجيب المبسوط والمنكوس.