الدرس 2 الأعمال الحسابية في الأنساب اللوغاريتمية

أهداف الدرس

1- أن أتعرف مفهوم التجذير.
2- أن أتقن قواعد حساب الأنساب اللوغاريتمية.
3- أن أوظف حساب اللوغاريتم في عمليات التجذير والضرب والقسمة.

تمهيد

علمنا في الدرس السابق أن اللوغاريتم من أهم الوسائل المعينة على الحسابات الفلكية، وأقربها في استخراج النتائج الفلكية والميقاتية المحققة، ولعل السر في ذلك راجع إلى قواعده الحسابية الدقيقة التي منها: التجذير والضرب والقسمة. فماهو التجذير؟ وماهي ضوابط العمل بهذه القواعد الحسابية للأنساب اللوغاريتمية؟

المتن

قال العلامة مَحمد العلمي -رحمه الله-:

الـجَذْرُ تَنْصِيفٌ وَجَمْـعُ نِسْبَتَيْه *** ضَرْبٌ وَقَسْمٌ طَرْحُ مَقْسُومٍ عَلَيْه

الفهم

الشرح:

الجذر: عدد إذا ضرب بمثله أعطى ذلك العدد، كالجذر التربيعي للتسعة هو الثلاثة.

النسبة: النسبة اللوغاريتمية.

استخلاص المضامين:

1- أستخرج تعريف التجذير.
2- أحدد القواعد الحسابية التي تحدث عنها الناظم.

التحليل

يشتمل هذا الدرس على ما يأتي:

أولا: التجذير

لما كانت الأعمال الفلكية مستمدة من النسبة الهندسية بقسميها متصلة ومنفصلة، والجاري فيها هو التجذير والضرب والقسمة، ذكر الناظم –رحمه الله– الأعمال الحسابية في الأنساب اللوغاريتمية، فبدأ بقاعدة التجذير فقال: «**الجذر تنصيف**».

1- القاعدة:

التجذير هو التنصيف والتشطير، لقول الناظم «**الجذر تنصيف**»، وقاعدته أن نأخذ نسبة العدد سواء كان العدد البياني موجبا أو سالبا، أو القوس ونقسمها على اثنين، والناتج هو نسبة خارج الجذر المربع، هذا إذا كان العدد صحيحا، أما إذا كان العدد كسورا أعشارية مثل(0,256 أو 0,0256 أو 0,00256 . . . .) فإنك تأخذ نسبة العدد المذكور (256) كما فعلت في الصحيح، ويكون بياني تلك النسبة سالبا، لأن العدد أقل من الواحد (1)، فإن كان بعده عنه بمرتبة مثل (0,256) فتجعل بيانيها واحدا سالبا ($\bar{1}$,40824)، وإن كان بمرتبتين مثل (0,0256) فتجعل بيانيها اثنين سالبين ($\bar{2}$,40824)، وإن كان بثلاث مراتب مثل (0,00256) فتجعل بيانيها ثلاثة سالبة ($\bar{3}$,40824)، ثم نقسم ذلك على اثنين (2) فإن كان العدد البياني السالب المذكور زوجا فكما تقدم، وإن كان فردا فزد عليه واحدا سالبا، واقسم وزد على العدد الذي قبله واحدا موجبا، وهو في المرتبة التي قبله عشرة وكمل العمل.

2- أمثلة تطبيقية من الجزء الأول:

أ- نريد جذر العدد 256:

مراحل الإنجاز	التطبيق العملي
1- نأخذ نسبة العدد 256 من الجزء الأول:	2,40824
2- نقسم النسبة المستخرجة على 2	1,20412 = 2 ÷ 2,40824
3- نأخذ المقابل لهذه النسبة من الجزء الأول فكان:	16
4- إذن الجذر التربيعي للعدد 256 هو:	16

ب – نريد جذر العدد 0,0834:

مراحل الإنجاز	التطبيق العملي
1– نأخذ نسبة العدد 834 وهي:	2,92117
2– بما أن العدد (0,0834) أقل من (1) وبعده بمرتبتين فنجعل بياني النسبة اثنين سالبين هكذا:	$\bar{2}$,92117
3– نقسم النسبة على 2 كما تقدم:	$\bar{1}$,46058 = 2 ÷ $\bar{2}$,92117
4– نأخذ من الجزء الأول المقابل لهذه النسبة فنجد:	2888
5– وحيث إن العدد البياني واحد سالب، فالعدد كسر عشري متصل بالفاصلة هكذا:	0,2888
6– إذن جذر العدد 0,0834 هو:	0,2888

3- مثال تطبيقي من الجزء الثاني:

نريد جذر جيب القوس°30:

مراحل الإنجاز	التطبيق العملي
1– نأخذ النسبة الجيبية للقوس °30 من الجزء الثاني:	$\bar{1}$,69897
2– إن كان العدد البياني سالبا فاتركه على حاله، وإذا كان موجبا فحوله إلى سالب بطرحه من 10:	$\bar{1}$,69897
3– نزيد على العدد البياني السالب واحدا سالبا ونقسم على 2، ونزيد على 6 أعشار التي قبل الواحد السالب واحدا موجبا، وهو في تلك المرتبة 10 ونكمل القسمة هكذا فيكون الحاصل:	$\bar{2}$,69897 | 2 0 6 | $\bar{1}$,84948 09 18 09 17 1
4– نقوس الحاصل في الجزء الأول فنجد العدد المقابل له:	7071
5 – وحيث إن العدد البياني واحد سالب فالعدد كسر عشري متصل بالفاصلة هكذا:	0,7071
6 – إذن الجذر المطلوب هو:	0,7071

ثانيا : الضرب والقسمة

1- الضرب:

أ- القاعدة:

الضرب في الأعمال الحسابية المتعلقة بالأنساب اللوغاريتمية يتحول إلى جمع؛ لقول الناظم- رحمه الله- : «**وجمع نسبتيه *** ضرب**»، وهو أن نجمع نسبتي عددين أو قوسين، والخارج من جمع النسبتين هو نسبة خارج الضرب، ثم نأخذ العدد الذي يقابلها في الجداول اللوغاريتمية فيكون هو حاصل الضرب، مع مراعاة العدد البياني سلبا وإيجابا.

ب- أمثلة تطبيقية:

الجزء		المثال ومراحل إنجازه	التطبيق العملي
من الجزء الأول	**المثال**	اضرب 5 في 45 بحساب اللوغاريتم.	
	مراحل إنجازه	1- نأخذ نسبة المضروب (5):	0,69897
		2- نأخذ نسبة المضروب فيه (45):	1,65321
		3- نجمع النسبتين:	0,69897 1,65321 + 2,35218
		نبحث عن نسبة الحاصل في الأنساب فنجد المقابل:	225 هو حاصل الضرب
من الجزء الثاني	**المثال**	اضرب جيب بعد الدرجة 30° في جيب الميل الأعظم 23° . 26′.	
	مراحل إنجازه	1- نأخذ نسبة المضروب (جيب بعد الدرجة 30°):	9,69897
		2- نأخذ نسبة المضروب فيه (جيب الميل الأعظم):	9,59954
		3- نجمع النسبتين فيكون حاصل الجمع هو:	9,69897 9,59954 + 19,29851
		4- نحط من حاصل الجمع نصف القطر وقوسه 90° ونسبتها(10.00000)، (أي نسقط العشرة الزائدة).	19,29851 10,00000 - 9,29851
		5 - نبحث عن القوس المقابلة لها فيكون الحاصل:	11° . 28′ وهو حاصل الضرب

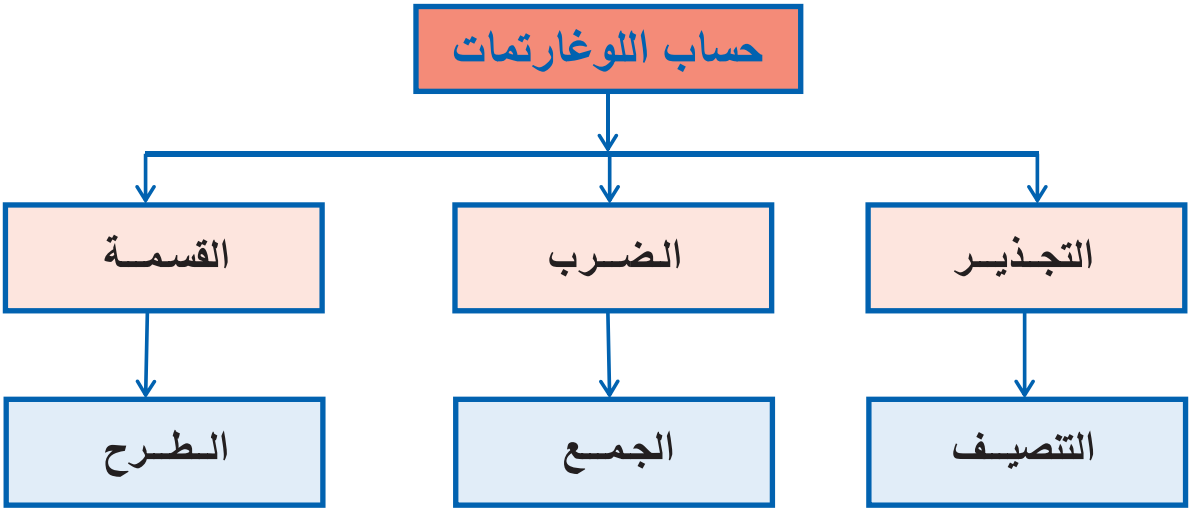
2- القسمة:

أ- القاعدة:

القسمة في الأعمال الحسابية الخاصة بالأنساب اللوغاريتمية تتحول إلى طرح؛ لقول الناظم- رحمه الله- : «**وَقَسْمٌ طَرْحُ مَقْسُومٍ عَلَيْه**». وذلك بأن نطرح نسبة المقسوم عليه من نسبة المقسوم، والباقي هو نسبة خارج القسمة، نأخذ العدد المقابل لها من الجداول اللوغاريتمية فيكون هو خارج القسمة، مع مراعاة العدد البياني سلبا وإيجابا، وتحديد الفاصلة.

ب- أمثلة تطبيقية:

الجزء		المثال ومراحل إنجازه	التطبيق العملي
من الجزء الأول	المثال	اقسم600 على 15 بحساب اللوغاريتم.	
	مراحل إنجازه	1- نأخذ نسبة المقسوم:	2,77815
		2- نأخذ نسبة المقسوم عليه:	1,17609
		3- نطرح الثانية من الأولى فيكون الباقي:	2,77815 1,17609 - 1,60206
		4- نبحث عن المقابل لها في الجزء الأول فيكون المقابل هو:	40 وهو حاصل القسمة
من الجزء الثاني	المثال	اقسم الميل $(14°\ .\ 49')$ على تمام عرض فاس $(55°\ .\ 56')$:	
	مراحل إنجازه	1- نأخذ النسبة الجيبية للميل:	9,40778
		2- نأخذ نسبة نصف القطر وهي:	10,00000
		3- نجمعهما فيكون حاصل الجمع هو:	9,40778 10,00000 + 19,40778
		4- نأخذ النسبة الجيبية لتمام عرض البلد:	9,91823
		5- نطرحها من المجموع فيكون الباقي: هو نسبة خارج القسمة.	19,40778 9,91823 - 9,48955
		6- نبحث عنها في الأنساب فكانت القوس المقابلة:	$17°\ .\ 59'$ وهو حاصل القسمة



التقويم

العدد	نسبته	العدد	نسبته
15	1,17609	0,02	$\bar{2}$,30103
30	1,47712	88	1,94448
715	2,85431	225	2,35218
62920	4,79879	0,6	$\bar{1}$,77815

أوظف معطيات هذا الجدول في إنجاز ما يلي:

1- أحسب جذر العدد 225.

2- أضرب 715 في 88.

3- أقسم 0,6 على 30.

الاستثمار

قال محمد بن موسى الخوارزمي -رحمه الله-: «ألفت من كتاب الجبر والمقابلة كتابا مختصرا حاصرا لِلَطيف الحساب وجليله، لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجارتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم (...) فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما. ومعناه: أيّ مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين. فبابه أن تنصف الأجذار، وهي في هذه المسألة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين، فتأخذ جذرها وهو ثمانية، فتنقص منه نصف الأجذار هو خمسة فيبقى ثلاثة، وهو جذر المال الذي تريد، والمال تسعة».

[المختصر في حساب الجبر والمقابلة ص: 16 – 18]

أقرأ النص وأجيب عن الآتي:

1- أعرف بمحمد بن موسى الخوارزمي رحمه الله.

2- أبين أهمية الحساب والتجذير وفوائدهما.

3- أنجز المعادلة التي تضمنها النص بالطريقة التي ذكرها الإمام الخوارزمي.

الإعداد القبلي

أحفظ متن الدرس القادم، وأطالع شرحه، وأنجز الآتي:

1- أعرف العدد البياني واللوغاريتم الخماسي.

2- أبين كيفية التعامل مع الجزء الأول ثم الجزء الثاني في اللوغاريتم.

3- أقارن بين الجزء الأول والجزء الثاني.